ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Δ΄ ΤΑΞΗΣ

ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΔΕΥΤΕΡΑ 19 ΜΑΪΟΥ 2003

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ:

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ 1ο

Α. Σελίδα 28 Σχολικού Βιβλίου

Β. **α)** Λάθος
β) Σωστό
γ) Λάθος
δ) Σωστό
ε) Σωστό

ΘΕΜΑ 2ο

α) ν = 40

β) Οι συχνότητες και οι σχετικές συχνότητες των κλάσεων παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα.

Κλάση	x_i	ν_i	N_i	f_i	$x_i\nu_i$
0 – 2	1	5	5	$\frac{5}{40}=0{,}125$	5
2 – 4	3	10	15	$\frac{10}{40}=0{,}25$	30
4 – 6	5	5	20	$\frac{5}{40}=0{,}125$	25
6 – 8	7	15	35	$\frac{15}{40}=0{,}375$	105
8 - 10	9	5	40	$\frac{5}{40}=0{,}125$	45
		40		1	210

γ) $\bar{x}=\frac{1}{\nu}\sum x_i\nu_i$ ή $\boxed{\bar{x}=\frac{210}{40}}$ ή $\bar{x}=5{,}25$

ΘΕΜΑ 3°

α) $\begin{cases} \psi = f(x) \\ \\ \psi = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ \\ \psi = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{3x^2}{4x^2+5} = 0 \\ \\ \psi = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 = 0 \\ \\ \psi = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ \\ \psi = 0 \end{cases}$

Άρα η γραφική παράσταση της συνάρτησης f τέμνει τον άξονα x΄x στο σημείο O(0, 0).

β) $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{3x^2}{4x^2+5} = \dfrac{3 \cdot 0^2}{4 \cdot 0^2 + 5} = 0$

γ) $f'(x) = \left(\dfrac{3x^2}{4x^2+5} \right)' = \dfrac{\left(3x^2\right)'\left(4x^2+5\right) - 3x^2\left(4x^2+5\right)'}{\left(4x^2+5\right)^2} = \dfrac{6x\left(4x^2+5\right) - 3x^2(8x)}{\left(4x^2+5\right)^2} =$

$= \dfrac{24x^3 + 30x - 24x^3}{\left(4x^2+5\right)^2} = \dfrac{30x}{\left(4x^2+5\right)^2}$

δ) $f'(x) > 0$ ή $\dfrac{30x}{\left(4x^2+5\right)^2} > 0$ ή 30x > 0 ή x > 0

επειδή
$4x^2 + 5 > 0$ στο R

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f΄(x)	$-$	0	$+$
f(x)	↘	ελάχιστο	↗

Από τον πίνακα προσήμων της f΄ προκύπτει ότι η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $(-\infty, 0]$ και γνησίως αύξουσα στο $[0. +\infty)$.

ε) Για x = 0 παρουσιάζει ελάχιστο το f(0) = 0.

ΘΕΜΑ 4°

α) $\bar{x} = \dfrac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 + t_6}{6} = \dfrac{0+0+1+2+4+5}{6} = \dfrac{12}{6} = 2$

Επειδή οι παρατηρήσεις είναι 6 (άρτιος) διάμεσος θα είναι το ημιάθροισμα των δύο μεσαίων παρατηρήσεων.

Δηλ. δ = $\dfrac{t_3 + t_4}{2}$

δ = $\dfrac{1+2}{2} = 1{,}5$

β) **i)** $f'(x) = \left[(t_1 - x)^2 + (t_2 - x)^2 + (t_3 - x)^2 + (t_4 - x)^2 + (t_5 - x)^2 + (t_6 - x)^2\right]'$

$$f'(x) = 2(t_1 - x)(t_1 - x)' + 2(t_2 - x)(t_2 - x)' + 2(t_3 - x)(t_3 - x)' +$$
$$+ 2(t_4 - x)(t_4 - x)' + 2(t_5 - x)(t_5 - x)' + 2(t_6 - x)(t_6 - x)'$$

$$f'(x) = -2(t_1 - x) - 2(t_2 - x) - 2(t_3 - x) - 2(t_4 - x) - 2(t_5 - x) - 2(t_6 - x)$$

$$f'(\bar{x}) = f'(2) = -2(0-2) - 2(0-2) - 2(1-2) - 2(2-2) - 2(4-2) - 2(5-2) =$$
$$= -2(-2) - 2(-2) - 2(-1) - 2(0) - 2(2) - 2(3) =$$
$$= 4 + 4 + 2 + 0 - 4 - 6 = 10 - 10 = 0$$

ii) $f(x) = \sum_{i=1}^{6} (t_i - x)^2$ οπότε $f(2) = \sum_{i=1}^{6} (t_i - 2)^2$

όμως $s^2 = \dfrac{1}{6}\sum_{i=1}^{6} (t_i - 2)^2 \Leftrightarrow 6s^2 = \sum_{i=1}^{6} (t_i - 2)^2$

$\Rightarrow$ $f(2) = 6s^2$ δηλ. $f(\bar{x}) = 6s^2$

iii) Α($\bar{x}$, $f(\bar{x})$)

f(2) = $(0 – 2)^2 + (0 – 2)^2 + (1 – 2)^2 + (2 – 2)^2 + (4 – 2)^2 + (5 – 2)^2$ =
= 4 + 4 + 1 + 0 + 4 + 9 = 22

Άρα Α(2, 22)

Η εφαπτομένη στο Α(2, 22) έχει εξίσωση ψ = f΄(2)x + β
όμως f΄(2) = 0.

Άρα ψ = β και επειδή Α(2, 22) ψ = 22.